

# Zadanie: FIO

## Fiolki 2 [A]



POTYCZKI ALGORYTMICZNE

Potyczki Algorytmiczne 2021, runda piąta. Limity: 512 MB, 10–18 s.

10.12.2021

Bajtazar jest chemikiem. Jak być może pamiętacie, wiele lat temu wślawił się eksperymentem, którego efektem było wyprodukowanie specyfiku  $X^*$ . Ponieważ wspomniana substancja wcale nie rozwiązała wszelkich problemów ludzkości, tym razem nie stara się wytwarzać ani jej, ani żadnego innego konkretnego roztworu – po prostu eksperymentuje i ocenia swoje wyniki.

W laboratorium Bajtazara znajduje się  $n$  fiolek, ponumerowanych liczbami całkowitymi od 1 do  $n$ , połączonych za pomocą  $m$  rurek, którymi mogą przepływać substancje. Wszystkie fiolki znajdują się na parami różnych wysokościach. Każdą rurką płyny mogą przepływać tylko w dół. Każda rurka ma dwa końce –  $i$ -ta z nich jest podłączona jednym końcem do fiolki o numerze  $a_i$ , a drugim do fiolki o numerze  $b_i$ , gdzie wiemy, że fiolka  $a_i$  znajduje się wyżej niż fiolka  $b_i$ . Dodatkowo, każda rurka ściśnięta jest specjalnym zaciskiem, który blokuje przepływ substancji. Bajtazar może w każdej chwili wybrać dowolny zacisk i otworzyć go, pozwalając na swobodny przepływ substancji z fiolki  $a_i$  do fiolki  $b_i$ , a po przepłynięciu całej substancji z jednej fiolki do drugiej znów go zacisnąć. Ponieważ są to zaciski mechaniczne i utrzymywanie ich otwartych wymaga siły, w każdym momencie otwarty może być tylko jeden zacisk.

Fiolki o numerach od 1 do  $k$  zawierają niebezpieczne chemikalia. W każdej z tych fiolek znajduje się inna substancja. Fiolki o numerach większych niż  $k$  początkowo są puste.

Chemikalia są skrajnie niebezpieczne i pod żadnym pozorem nie wolno dopuścić do zmieszania się różnych substancji – konsekwencje takiego połączenia mogłyby być katastrofalne. Ze względu na mikroskopijny osad pozostawiany przez przepływające substancje nie wolno nawet pozwolić na to, by substancja wlała się do fiolki, w której była wcześniej jakakolwiek inna substancja.

Jedynym, co Bajtazar może robić, to przemieszczać substancje między fiolkami, pilnując, aby żadne dwie z nich się nie zmieszały. To wcale nie jest pozbawione sensu – transportując substancje w bezpieczny sposób, może przemieszczać je do fiolek, w których wygodniej będzie mu badać ich właściwości.

Chemik chciałby teraz wybrać przedział  $[\ell, r]$ , dla którego będzie zachodzić  $k + 1 \leq \ell \leq r \leq n$ , przenieść możliwie wiele płynów do dowolnych fiolek o numerach z tego przedziału i zająć się badaniem dogodnie umieszczonych chemikaliów. Ponieważ nie może zdecydować się, jaki przedział będzie dla niego najwygodniejszy, dla każdego możliwego przedziału  $[\ell, r]$  zastanawia się, ile różnych płynów może on maksymalnie przetransportować do fiolek o numerach z przedziału  $[\ell, r]$ . Wartość tę oznaczmy  $f(\ell, r)$ .

Pomóż Bajtazarowi i napisz program, który na podstawie opisu jego laboratorium obliczy, dla każdego  $x$  z przedziału  $[0, k]$ , ile istnieje przedziałów  $[\ell, r]$ , dla których  $f(\ell, r) = x$ .

## Wejście

W pierwszym wierszu standardowego wejścia znajdują się trzy liczby całkowite  $n$ ,  $m$  i  $k$  ( $2 \leq n \leq 10^5$ ;  $1 \leq m \leq 10^6$ ;  $1 \leq k \leq 50$ ;  $k < n$ ), oznaczające odpowiednio liczbę fiolek, liczbę łączących je rurek oraz liczbę fiolek początkowo zawierających substancje badane przez Bajtazara.

Kolejne  $m$  wierszy zawiera po dwie liczby całkowite  $a_i$  i  $b_i$  ( $1 \leq a_i \leq n$ ;  $k + 1 \leq b_i \leq n$ ) oznaczające, że istnieje rurka, przez którą płyn może przelać się z fiolki  $a_i$  bezpośrednio do fiolki  $b_i$ .

Gwarantujemy, że opis laboratorium jest poprawny. To znaczy, że nie istnieje liczba  $p \geq 2$  ani taki ciąg fiolek  $v_1, v_2, v_3, \dots, v_p$ , że  $v_1 = v_p$  oraz dla każdego  $i \in [1, p - 1]$  istnieje rurka, po której płyn może przelewać się z fiolki  $v_i$  do fiolki  $v_{i+1}$ . Innymi słowy, jeśli potraktujemy fiolki jako wierzchołki grafu, a rurki jako skierowane krawędzie tego grafu, to wejście opisuje skierowany graf acykliczny.

Zwróć uwagę na to, że na wejściu nie są podane wysokości, na których znajdują się fiolki. Jednak dla każdej pary fiolek bezpośrednio połączonych rurką wiadomo, która fiolka znajduje się wyżej.

## Wyjście

Na wyjściu powinno znaleźć się  $k + 1$  wierszy. W  $i$ -tym z nich powinna znaleźć się jedna liczba całkowita, oznaczająca liczbę takich przedziałów  $[\ell, r]$ , dla których  $k + 1 \leq \ell \leq r \leq n$  oraz  $f(\ell, r) = i - 1$ .

\*Więcej o perypetiach Bajtazara możesz przeczytać tutaj: <https://sio2.mimuw.edu.pl/c/pa-2014-1/p/fio/>.

## Przykład

Dla danych wejściowych:

9 10 2  
1 3  
1 5  
2 5  
5 4  
5 6  
2 6  
2 9  
2 8  
1 5  
1 9

poprawnym wynikiem jest:

1  
9  
18

**Wyjaśnienie przykładu:** Ponieważ do siódmej fiołki w ogóle nie prowadzi żadna rurka, to  $f(7, 7) = 0$ .

Bajtazar może przetransportować tylko jedną substancję do każdego z przedziałów fiołek  $[3, 3]$ ,  $[4, 4]$ ,  $[5, 5]$ ,  $[6, 6]$ ,  $[8, 8]$ ,  $[9, 9]$ ,  $[4, 5]$ ,  $[6, 7]$  i  $[7, 8]$ . Zatem  $f(3, 3) = f(4, 4) = f(5, 5) = f(6, 6) = f(8, 8) = f(9, 9) = f(4, 5) = f(6, 7) = f(7, 8) = 1$ . W przypadku przedziału  $[3, 3]$  musi to być substancja z pierwszej fiołki (i oczywiście znajdzie się ona w trzeciej fiołce), zaś w przypadku przedziałów  $[7, 8]$  i  $[8, 8]$  musi to być substancja z drugiej fiołki.

Zauważ, że gdybyśmy chcieli przenieść obie substancje do przedziału  $[4, 5]$ , czyli do czwartej i piątej fiołki, to substancja przelana do czwartej fiołki musiałaby po drodze minąć piątą fiołkę i pozostawić w niej osad, co uniemożliwia przeniesienie do niej drugiej substancji.

Do każdego z pozostałych przedziałów Bajtazar jest w stanie przenieść obie substancje.