



# Zadanie: PAR

## Parada

Potyczki Algoritmiczne 2018, wielki finał. Limity: 256 MB, 0.6 s.

13.01.2019

Bitocja to ogromny kraj, w którym jest aż  $n$  miast, ponumerowanych od 1 do  $n$ . Bitocja leży na płaszczyźnie z kartezjańskim układem współrzędnych. Miasto numer  $i$  ma współrzędne  $(x_i, y_i)$ , żadne dwa miasta nie znajdują się w tym samym punkcie.

Duża liczba miast kojarzy się oczywiście z silnym i dobrze zarządzanym państwem, lecz nie wszyscy są równie zadowoleni z tego powodu. Bitomirowi, nowo wybranemu kanclerzowi, przypadł obowiązek zaplanowania tradycyjnej świątecznej parady, która miałaby odwiedzić wszystkie miasta i wrócić do punktu początkowego. Bitomir nie ma jednak tak wysokiego poparcia społecznego, jak by chciał – jeśli nie wybierze kolejności miast tak, aby trasa parady miała optymalną (najmniejszą możliwą) długość, obywatele będą narzekać na marnowanie pieniędzy publicznych. Z kolei znalezienie takiej optymalnej trasy (zwane ogólnie *problemem komiwojżera* i zaliczane do tzw. *problemów NP-trudnych*) wymaga olbrzymiej mocy obliczeniowej, kiedy więc król Bitocji poznał liczbę i koszt potrzebnych komputerów, szybko zgodził się na zmniejszenie skali tegorocznej parady.

Stało się na tym, że parada odwiedzi tylko  $k$  spośród miast. Bitomir ma wolną rękę, jeśli chodzi o wybór miast (obywatelom można powiedzieć, że są to miasta z najbogatszą kulturą i historią), ale wśród wybranych miast musi zaproponować kolejność odwiedzania, która jest optymalna, czyli łączna długość trasy musi być najmniejsza spośród  $k!$  możliwości.

Czy możesz pomóc Bitomirowi? Formalnie, masz wybrać  $k$  z danych  $n$  punktów i wypisać je w pewnej kolejności. Oznaczmy łączną długość Twojej trasy jako  $A$ . Jeśli program sprawdzający\* znajdzie taką kolejność wypisanych przez Ciebie punktów, że łączna długość będzie mniejsza niż  $A \cdot (1 - 10^{-9})$ , dostaniesz werdykt *Błędna Odpowiedź* na tym teście. Łączną długością trasy z miastami  $P_1, P_2, \dots, P_k$  nazywamy sumę  $k$  odległości euklidesowych:

$$d(P_1, P_2) + d(P_2, P_3) + \dots + d(P_{k-1}, P_k) + d(P_k, P_1),$$

przy czym odległość euklidesowa punktów  $P_a(x_a, y_a)$  i  $P_b(x_b, y_b)$  to:

$$d(P_a, P_b) = \sqrt{(x_a - x_b)^2 + (y_a - y_b)^2}$$

Nie przejmuj się, jeśli trzy miasta leżą na jednej prostej i trasa między dwoma z nich przypadkiem przechodzi przez trzecie – wtedy parada po prostu je ominie, korzystając z licznych w Bitocji mostów i estakad.

## Wejście

Pierwszy wiersz wejścia zawiera dwie liczby całkowite  $n$  i  $k$  ( $n = 300\,000$ ,  $k = 500$ ) – liczbę miast w Bajtocji oraz liczbę miast, przez które ma przejść parada. Uwaga: test przykładowy z treści nie spełnia tych warunków i **nie ma go w testach w systemie** (wysyłane rozwiązania nie będą na nim uruchamiane).

Z kolejnych  $n$  wierszy,  $i$ -ty zawiera dwie liczby całkowite  $x_i$  i  $y_i$  ( $-10^8 \leq x_i, y_i \leq 10^8$ ) – współrzędne  $i$ -tego miasta. Dla  $i \neq j$  zachodzi  $x_i \neq x_j$  lub  $y_i \neq y_j$ .

## Wyjście

Wypisz  $k$  wierszy, każdy z dwiema liczbami  $x_i, y_i$ , oddzielonymi spacją – współrzędnymi kolejnego miasta na trasie parady. Żadne miasto nie może się powtórzyć. Wypisz dowolne z poprawnych rozwiązań.

## Przykład

Wejście:

```
6 4
-10 -10
-10 10
10 -10
50 10
10 10
48 10
```

Wyjście:

```
-10 10
48 10
50 10
-10 -10
```

**Wyjaśnienie do przykładu:**

Wypisane  $k = 4$  miasta dają łączną długość:

$$\sqrt{58^2 + 0^2} + \sqrt{2^2 + 0^2} + \sqrt{60^2 + 20^2} + \sqrt{0^2 + 20^2} \approx 143.246$$

Żadna kolejność odwiedzania tych czterech miast nie daje mniejszej łącznej długości, więc wypisane wyjście jest jednym z poprawnych rozwiązań. Przypominamy, że tego testu przykładowego nie ma w testach na SIO.

\*Jako program sprawdzający (checker) organizatorzy napisali bardzo dobre rozwiązanie heurystyczne problemu komiwojżera. Program ten nie jest ograniczony przez limity obowiązujące Ciebie, jak na przykład limit czasu.