



Zadanie: ILO

Iloczyny Fibonacciego [A]

Potyczki Algorytmiczne 2019, runda trzecia. Limity: 768 MB, 20 s.

11.12.2019

Wielki informatyk Bajtazar od ponad 15 lat konstruuje niezwykley komputer, w którym liczby są reprezentowane w systemie Fibonacciego, czyli są zapisywane jako suma różnych, *niekolejnych* liczb Fibonacciego. Formalnie, jeśli zdefiniujemy liczby Fibonacciego, zaczynając od 1 i 2:

$$F_1 = 1, \quad F_2 = 2, \quad F_i = F_{i-1} + F_{i-2} \quad \text{dla } i \geq 3,$$

to każda dodatnia liczba całkowita x przedstawia się *jednoznacznie* jako ciąg bitów (b_1, b_2, \dots, b_n) dla pewnego $n \geq 1$, spełniający następujące warunki:

- $x = b_1 \cdot F_1 + b_2 \cdot F_2 + \dots + b_n \cdot F_n$;
- $b_i \in \{0, 1\}$ dla wszystkich $1 \leq i < n$ oraz $b_n = 1$ (wyłącznie zera i jedynek, bez zer wiodących);
- $b_i \cdot b_{i+1} = 0$ dla wszystkich $1 \leq i < n$ (nie ma dwóch sąsiednich jedynek);

Na przykład $2 = (0, 1)$, $4 = (1, 0, 1)$, $5 = (0, 0, 0, 1)$, zaś $20 = (0, 1, 0, 1, 0, 1)$ bo $20 = F_2 + F_4 + F_6 = 2 + 5 + 13$.

Dawno temu Bajtazar poprosił uczestników Olimpiady Informatycznej o pomoc w implementacji dodawania liczb w systemie Fibonacciego. Historia ta działa się przy okazji zadania *Sumy Fibonacciego* z drugiego etapu XII OI i została opisana w „niebieskiej książeczce” Olimpiady.

Tym razem sprawa jest trudniejsza, a Bajtazar głowi się nad nią już dobrych parę lat. Postanowił więc poprosić o radę uczestników Potyczek Algorytmicznych. Pomóżcie mu zaimplementować mnożenie!

Wejście

W pierwszym wierszu wejścia znajduje się liczba zestawów testowych t ($1 \leq t \leq 1000$). W kolejnych $2t$ wierszach następuje opis zestawów.

Każdy zestaw składa się z dwóch wierszy. W pierwszym z nich dana jest reprezentacja dodatniej liczby całkowitej x w systemie Fibonacciego – najpierw liczba n oznaczająca jej długość, a następnie n bitów b_1, b_2, \dots, b_n . W drugim wierszu dana jest w takim samym formacie reprezentacja dodatniej liczby całkowitej y .

Suma długości wszystkich reprezentacji z wejścia nie przekracza 10^6 .

Wyjście

Dla każdego zestawu testowego z wejścia wypisz iloczyn $x \cdot y$ zapisany w systemie Fibonacciego w analogicznym formacie jak na wejściu – najpierw długość n' , potem n' bitów szukanej liczby. Poszczególne liczby w wierszach powinny być pooddzielane pojedynczymi odstępami.

Reprezentacje z wejścia i z wyjścia muszą spełniać warunki z zadania, więc w szczególności ciąg bitów musi kończyć się jedyneką i nie może zawierać sąsiadujących jedynek.

Przykład

Dla danych wejściowych:

```
2
3 1 0 1
4 0 0 0 1
2 0 1
1 1
```

poprawnym wynikiem jest:

```
6 0 1 0 1 0 1
2 0 1
```

Wyjaśnienie przykładu: W pierwszym zestawie testowym musimy pomnożyć liczby reprezentowane przez ciągi $(1, 0, 1)$ i $(0, 0, 0, 1)$. Po rozpisaniu dostajemy

$$(1 \cdot F_1 + 0 \cdot F_2 + 1 \cdot F_3) \cdot (0 \cdot F_1 + 0 \cdot F_2 + 0 \cdot F_3 + 1 \cdot F_4) = (1 + 3) \cdot (5) = 20 = F_2 + F_4 + F_6,$$

wynikiem jest więc ciąg $(0, 1, 0, 1, 0, 1)$ o długości 6.

Podzadania

Jest jedna grupa testów, w której każdy ciąg z wejścia ma tylko jedną jedynekę ($b_n = 1$). Jest także jedna inna grupa testów, w której w każdym teście łączna liczba jedynek we wszystkich $2t$ ciągach nie przekracza 2000.