



Zadanie: NAW

Nawiasowe podziały [B]

Potyczki Algorytmiczne 2022, runda piąta. Limity: 512 MB, 7 s.

16.12.2022

Na pewno słyszeliście kiedyś o wyrażeniach nawiasowych, ale na wszelki wypadek, w ramach odświeżenia informacji, przypomnijmy sobie ich definicję:

- Słowo $()$ jest poprawnym wyrażeniem nawiasowym.
- Jeśli S jest poprawnym wyrażeniem nawiasowym, to słowo (S) też jest poprawnym wyrażeniem nawiasowym.
- Jeśli S_1 i S_2 są poprawnymi wyrażeniami nawiasowymi, to słowo S_1S_2 też jest poprawnym wyrażeniem nawiasowym.
- Żadne słowo niegenerowalne powyższymi zasadami nie jest poprawnym wyrażeniem nawiasowym.

Nawiasowością słowa złożonego jedynie ze znaków $'('$ i $')$ nazwiemy liczbę jego podsłów, które są poprawnymi wyrażeniami nawiasowymi. Każde podsłowo liczymy tutaj tyle razy ile ono występuje w danym słowie.

Dane jest słowo długości n złożone jedynie ze znaków $'('$ i $')$, oraz liczba k . Słowo to niekoniecznie musi być poprawnym wyrażeniem nawiasowym. Twoim zadaniem jest podzielić je na k niepustych przedziałów (każdy znak musi należeć do dokładnie jednego przedziału) tak, by zminimalizować sumę nawiasowości powstałych po podziale słów.

Wejście

W pierwszym wierszu standardowego wejścia znajdują się dwie liczby całkowite n oraz k ($1 \leq k \leq n \leq 100\,000$), oznaczające odpowiednio długość słowa i liczbę przedziałów na które chcemy je podzielić.

W drugim wierszu znajduje się słowo długości n złożone jedynie ze znaków $'('$ oraz $')$.

Wyjście

W jedynym wierszu wyjścia powinna znaleźć się jedna liczba całkowita, oznaczająca minimalną możliwą do osiągnięcia sumę nawiasowości k słów przy optymalnym podziale wejściowego słowa.

Przykład

Dla danych wejściowych:

15 2

$()()()()()()$

poprawnym wynikiem jest:

6

Natomiast dla danych wejściowych:

15 3

$()()()()()()$

poprawnym wynikiem jest:

3

Wyjaśnienie przykładów: W pierwszym teście przykładowym optymalnym podziałem słowa jest na przykład:

$$())(())(()) = ()((|))()()$$

Pierwsze ze słów zawiera w sobie dwa poprawne wyrażenia nawiasowe:

- ()()(
- ()((

Drugie ze słów zawiera w sobie cztery poprawne wyrażenia nawiasowe:

-))(())
-))()(
-))()((
-))((

Suma nawiasowości słów wynosi zatem 6.

W drugim teście przykładowym optymalnym podziałem słowa jest na przykład:

$$())(())(()) = ()((|)())((|))$$

Podzadania

- W niektórych grupach testów zachodzi $n \leq 18$.
- W niektórych grupach testów zachodzi $n \leq 300$.
- W niektórych grupach testów zachodzi $n \leq 4000$.
- W niektórych grupach testów zachodzi $k \leq 30$.

Dla każdego wyżej wymienionego przypadku istnieje co najmniej jedna grupa która go spełnia. Grupy te dla różnych warunków mogą być rozłączne lub nie.