



Zadanie: PRU

Kod Prüfera [A]

Potyczki Algoritmiczne 2026, runda piąta. Limity: 1024 MB, 25 s.

2026-03-27

Dla danego drzewa o n wierzchołkach (gdzie $n > 2$), ponumerowanych od 1 do n , jego *kod Prüfera* to jednoznacznie wyznaczony ciąg liczb długości $n - 2$, który można otrzymać następującym prostym algorytmem:

```
dopóki drzewo ma więcej niż dwa wierzchołki:  
  znajdź wierzchołek stopnia 1 o najmniejszym numerze  
  dodaj numer jego jedyne sąsiada do kodu  
  usuń wierzchołek z drzewa
```

Można udowodnić, że każdy ciąg długości $n - 2$ złożony z liczb pomiędzy 1 i n jest kodem Prüfera dla jakiegoś drzewa, a także że kod Prüfera jednoznacznie wyznacza drzewo, od którego pochodzi. Te i inne fascynujące fakty o kodach Prüfera można znaleźć choćby na Wikipedii.

W tym zadaniu mamy dane drzewo i będziemy rozważali kody Prüfera wygenerowane przez różne sposoby ponumerowania wierzchołków tego drzewa. Jeśli S to jakieś ponumerowanie wierzchołków (czyli, formalnie, funkcja różnowartościowa ze zbioru wierzchołków w zbiór $\{1, \dots, n\}$), to przez $K(S)$ oznaczmy kod Prüfera drzewa z tak ponumerowanymi wierzchołkami.

Twoim zadaniem będzie wyznaczyć *najmniejszy leksykograficznie kod Prüfera* dla danego drzewa, czyli taki ciąg, że jest on równy $K(S)$ dla pewnego ponumerowania wierzchołków S , a jednocześnie, dla każdego innego ponumerowania wierzchołków S' mamy albo $K(S) = K(S')$, albo na pierwszej pozycji, gdzie $K(S)$ i $K(S')$ się różnią, liczba w $K(S')$ jest większa.

To zadanie musisz rozwiązać dla t niezależnych przypadków testowych.

Wejście

W pierwszym wierszu wejścia znajduje się jedna liczba całkowita t ($1 \leq t \leq 1000$), oznaczająca liczbę przypadków testowych do rozwiązania.

Opis przypadku testowego zaczyna się od wiersza zawierającego jedną liczbę całkowitą n ($3 \leq n \leq 1000$), oznaczającą liczbę wierzchołków w drzewie. Wierzchołki w drzewie są ponumerowane liczbami od 1 do n , przy czym ta numeracja niekoniecznie odpowiada najmniejszemu leksykograficznie kodowi Prüfera.

Następne $n - 1$ wierszy opisuje krawędzie drzewa. Każdy taki wiersz zawiera dwie liczby całkowite a_i i b_i ($1 \leq a_i, b_i \leq n$, $a_i \neq b_i$), oznaczające, że wierzchołki a_i i b_i są połączone krawędzią.

Suma n po wszystkich przypadkach testowych jest nie większa niż 5000.

Wyjście

Wypisz t wierszy, po jednym dla każdego przypadku testowego. W i -tym wierszu wypisz ciąg $n - 2$ liczb, będący najmniejszym leksykograficznie kodem Prüfera dla optymalnej numeracji wierzchołków drzewa z i -tego przypadku testowego.

Przykład

Dla danych wejściowych:

```
2
5
1 2
2 3
3 4
3 5
16
8 1
9 1
10 1
11 2
12 2
2 3
13 4
4 3
14 5
15 5
5 3
3 1
1 6
6 7
7 16
```

poprawnym wynikiem jest:

```
1 1 2
1 1 1 2 2 3 4 3 5 5 3 1 6 7
```

Wyjaśnienie przykładu:

W pierwszym przypadku testowym, przykładową numeracją wierzchołków dającą najmniejszy leksykograficznie kod Prüfera jest $1 \rightarrow 5, 2 \rightarrow 2, 3 \rightarrow 1, 4 \rightarrow 4, 5 \rightarrow 3$.

Dla takiej numeracji algorytm wyznaczania kodu Prüfera w pierwszym kroku wybierze wierzchołek o nowym numerze 3 (i doda do kodu 1, czyli nowy numer jego jedyne sąsiada). W drugim kroku wybrany zostanie wierzchołek o nowym numerze 4 (którego jedynym sąsiadem również jest 1). W trzecim kroku (po usunięciu wierzchołków 3 i 4) wierzchołek 1 już jest liściem, i zostanie wybrany, a jako ostatni element kodu zostanie dodany numer jego sąsiada, czyli 2.

W drugim przypadku testowym optymalnie jest wcale nie przenumerowywać wierzchołków, co więcej kolejność krawędzi na wejściu odpowiada kolejności usuwania liści w algorytmie wyznaczającym kod Prüfera.