



# Zadanie: MAC

## Machine learning

PA 2017, runda finałowa. Dostępna pamięć: 256 MB. Limit czasu: 4 s.

17.12.2017

Bajtazar ostatnio zainteresował się nauką opisującą metody uczenia komputerów samodzielnego rozpoznawania wzorców w danych i wyciągania wniosków z tych danych – *uczeniem maszynowym*. Podczas badań nad tą dziedziną, musiał zbadać on własności pewnej skomplikowanej funkcji  $f$ . Obliczył on jej wartość w wielu punktach  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , uzyskując odpowiednio wartości  $y_1, y_2, \dots, y_n$ .

Chciałby teraz przybliżyć on  $f$  funkcją **ciągłą**  $g$  złożoną z dwóch liniowych części; formalnie, dla pewnego  $x \in \mathbb{R}$ ,  $g$  ma być liniowa dla argumentów mniejszych niż  $x$  oraz liniowa dla argumentów większych niż  $x$ .

Bajtazar chciałby uzyskać wierne przybliżenie  $f$ . Chciałby więc zminimalizować błąd średniokwadratowy:

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - g(x_i))^2.$$

## Wejście

Pierwszy wiersz wejścia zawiera liczbę całkowitą  $n$  ( $1 \leq n \leq 100\,000$ ). Kolejnych  $n$  wierszy zawiera po dwie liczby całkowite  $x_i, y_i$  ( $0 \leq x_i \leq 1\,000\,000$ ,  $0 \leq y_i \leq 1000$ ). Liczby  $x_i$  są parami różne.

## Wyjście

Pierwszy i jedyny wiersz wyjścia powinien zawierać jedną liczbę całkowitą – minimalny możliwy do osiągnięcia błąd przybliżenia opisany powyższym wzorem.

Zaakceptujemy Twoją odpowiedź, jeśli błąd przybliżenia (względny lub bezwzględny) nie przekroczy  $10^{-6}$ .

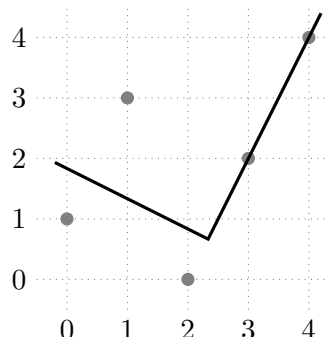
## Przykład

Dla danych wejściowych:

```
5
0 1
2 0
1 3
4 4
3 2
```

poprawnym wynikiem jest:

0.833333333333333

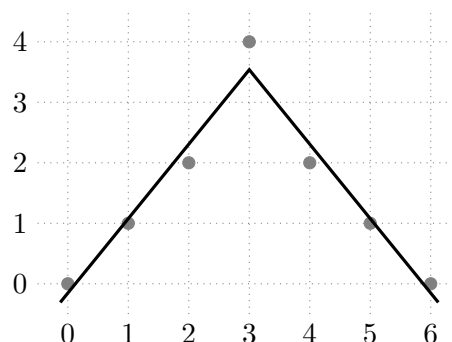


Natomiast dla poniższych danych:

```
7
0 0
1 1
2 2
3 4
4 2
5 1
6 0
```

poprawnym wynikiem jest:

0.0659340659341



**Wyjaśnienie do przykładów:** w pierwszym przykładzie, optymalnym błędem średniokwadratowym jest  $\frac{5}{6}$ . Można go uzyskać, ustalając po lewej stronie funkcję liniową  $-\frac{x}{2} + \frac{11}{6}$ , zaś po prawej funkcję  $2x - 4$ .

W drugim przykładzie optymalny błąd jest równy  $\frac{6}{91}$ . Wykres optymalnej funkcji zawiera się w prostych  $\frac{16}{13}x - \frac{2}{13}$  oraz  $-\frac{16}{13}x + \frac{94}{13}$ .