

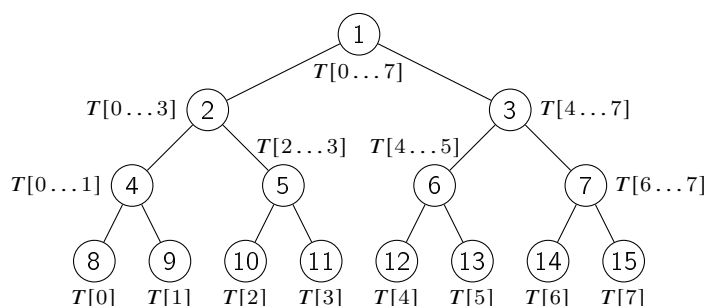
Drzewo przedziałowe

XIX OIJ, zawody II stopnia – zadanie próbne
1 marca 2025

Kod zadania: drz
Limit czasu: 1 s
Limit pamięci: 256 MB



Bajtusia, przygotowując się do zawodów drugiego stopnia Bajtockiej Olimpiady Informatycznej Juniorów, poznała nową strukturę danych: drzewo przedziałowe. Struktura ta reprezentuje tablicę liczb naturalnych T o indeksach od 0 do $2^K - 1$, gdzie K jest pewną liczbą naturalną. Drzewo przedziałowe pozwala obliczać różnorakie podsumowania (np. sumę lub maksimum) spójnych fragmentów tablicy T . Mimo skomplikowanej, strasznie brzmiącej nazwy, struktura ta jest stosunkowo prosta. Implementacja sprowadza się bowiem do użycia standardowej jednowymiarowej, nieco większej tablicy liczb naturalnych S o indeksach od 1 do $2^{K+1} - 1$. Każda komórka tablicy S zawiera podsumowanie fragmentu tablicy T zgodnie z poniższym przykładowym rysunkiem (numer wewnątrz kółka oznacza numer komórki tablicy S , zaś obok umieszczony jest opis fragmentu tablicy, którego podsumowanie znajduje się w tej komórce):



Najwyższy węzeł drzewa (utrzymywany w komórce $S[1]$) reprezentuje podsumowanie całej tablicy T . Lewy syn każdego węzła reprezentuje lewą połowę fragmentu rodzica, a prawy syn prawą połowę fragmentu rodzica. Węzły na dole drzewa reprezentują pojedyncze komórki tablicy T . Węzły drzewa numerowane są kolejnymi liczbami naturalnymi zaczynając od 1, od góry w dół drzewa, a na każdym poziomie od lewej do prawej i przechowywane w tej kolejności w tablicy S .

Dowolny spójny fragment tablicy T może być reprezentowany niewielką liczbą węzłów drzewa. W powyższym przykładzie, aby uzyskać informację o podsumowaniu przedziału $T[1 \dots 5]$, wystarczy zajrzeć do komórek $S[9]$ (reprezentuje $T[1]$), $S[5]$ (reprezentuje $T[2 \dots 3]$) oraz $S[6]$ (reprezentuje $T[4 \dots 5]$).

Bajtusia chciała uzyskać podsumowanie przedziału $T[L \dots R]$ dla pewnych wartości $1 \leq L \leq R \leq 2^K - 1$. Odczytała w tym celu komórki $S[A_1], S[A_2], \dots, S[A_N]$. Chwilę później zapomniała o jaki przedział jej chodziło. Czy pomożesz jej przypomnieć sobie jakie były wartości L, R na podstawie zbioru $\{A_1, A_2, \dots, A_N\}$? Bajtusia jest pewna, że się nie pomyliła i że odczytanie tych komórek daje informację o spójnym przedziale tablicy T , uwzględniając w wyniku każdą jej komórkę dokładnie jeden raz.

Wejście

W pierwszym wierszu wejścia znajduje się jedna liczba naturalna k ($3 \leq k \leq 60$), oznaczająca, że drzewo reprezentuje tablicę $T[0 \dots 2^k - 1]$ (rozmiaru 2^k). W drugim wierszu wejścia znajduje się jedna liczba naturalna N ($1 \leq N \leq \min(2^k, 100\,000)$) określająca liczbę węzłów, które odczytała Bajtusia. W trzecim (ostatnim) wierszu wejścia znajduje się ciąg N parami różnych liczb naturalnych A_1, A_2, \dots, A_N ($1 \leq A_i \leq 2^{k+1} - 1$) pooddzielanych pojedynczymi odstępami. Są to indeksy komórek tablicy S , które odczytała Bajtusia. Bajtusia się nie pomyliła, odczytane przez nią komórki tablicy S odpowiadają pewnemu przedziałowi tablicy T .

Wyjście

W pierwszym (jedynym) wierszu wyjścia należy wypisać dwie liczby naturalne L oraz R ($1 \leq L \leq R \leq 2^k - 1$) oddzielone pojedynczym odstępem, określające przedział, który odczytała Bajtusia.



Ocenianie

Możesz rozwiązać zadanie w kilku prostszych wariantach – niektóre grupy testów spełniają pewne dodatkowe ograniczenia. Poniższa tabela pokazuje, ile punktów otrzyma Twój program, jeśli przejdzie testy z takim ograniczeniem.

Dodatkowe ograniczenia	Liczba punktów
Bajtusia odczytała jedną komórkę tablicy i $L = R$	12
Bajtusia odczytała jedną komórkę tablicy	50
$k \leq 20$	67

Przykłady

Wejście dla testu drz0a:

```
3
3
5 9 6
```

Wyjście dla testu drz0a:

```
1 5
```

Wejście dla testu drz0b:

```
4
1
7
```

Wyjście dla testu drz0b:

```
12 15
```

Wejście dla testu drz0c:

```
2
4
4 5 6 7
```

Wyjście dla testu drz0c:

```
0 3
```

Pozostałe testy przykładowe

- test drz0d: $K = 20$, $N = 26$, Bajtusia odczytała przedział $[1, 1\,000\,000]$;
- test drz0e: $K = 60$, $N = 100\,000$, Bajtusia odczytała przedział $[0, 2^{60} - 1]$.