

# Zadanie: GRA

## Gra w kolorowanie



XXX OI, etap II, dzień pierwszy. Plik źródłowy gra.\* Dostępna pamięć: 256 MB. 15.02.2023

Plansza do gry w kolorowanie składa się z  $n$  pól ponumerowanych liczbami od 1 do  $n$ . Niektóre z pól sąsiadują z innymi. Jest dokładnie  $n - 1$  par sąsiadujących pól i z każdego pola można dojść do dowolnego innego, przechodząc pomiędzy sąsiadującymi polami. (Można zatem powiedzieć, że plansza tworzy drzewo.)

W grze biorą udział dwaj gracze. Początkowo wszystkie pola planszy są białe, oprócz jednego pola pokolorowanego na czerwono (które należy do pierwszego gracza) i jednego innego pola pokolorowanego na niebiesko (które należy do drugiego gracza). Gracze wykonują swoje ruchy naprzemiennie. W swoim ruchu gracz wybiera jedno dowolne pole  $u$  pokolorowane na jego kolor, a następnie koloruje na ten kolor jedno dowolne białe pole  $v$ , które sąsiaduje z polem  $u$ . Grę przegrywa ten gracz, który nie będzie mógł wykonać ruchu.

Zastanawiamy się, dla jakich wyborów pól początkowych gracz pierwszy ma strategię wygrywającą, tzn. jest w stanie wygrać grę, niezależnie od ruchów gracza drugiego.

A konkretniej: dane są zbiory pól  $A$  i  $B$ . Napisz program, który obliczy, ile jest takich par różnych pól  $(a, b)$ , że początkowe czerwone pole o numerze  $a$  należy do zbioru  $A$ , początkowe niebieskie pole o numerze  $b$  należy do zbioru  $B$ , a gracz pierwszy ma strategię wygrywającą.

Program powinien sobie też radzić z aktualizacjami zbiorów  $A$  i  $B$ . Każda z  $q$  aktualizacji dodaje bądź usuwa jedno pole z jednego ze zbiorów  $A$  lub  $B$ . Należy wypisać liczbę szukanych par  $(a, b)$  po każdej aktualizacji.

## Wejście

W pierwszym wierszu wejścia znajduje się liczba całkowita  $n$  ( $1 \leq n \leq 500\,000$ ) – liczba pól na planszy.

W kolejnych  $n - 1$  wierszach znajduje się opis planszy;  $i$ -ty z tych wierszy zawiera dwie liczby całkowite  $u$  i  $v$  ( $1 \leq u, v \leq n$ ), które oznaczają, że pola o numerach  $u$  oraz  $v$  sąsiadują ze sobą.

W kolejnym wierszu znajdują się trzy liczby  $S_A$ ,  $S_B$  i  $q$  ( $1 \leq S_A, S_B \leq n$ ,  $0 \leq q \leq 500\,000$ ) oznaczające kolejno: początkowy rozmiar zbioru  $A$ , początkowy rozmiar zbioru  $B$  oraz liczbę aktualizacji.

Następny wiersz zawiera ciąg  $S_A$  różnych liczb ze zbioru  $\{1, \dots, n\}$ , oznaczających numery pól należących do zbioru  $A$ . Jeszcze kolejny wiersz zawiera ciąg  $S_B$  różnych liczb ze zbioru  $\{1, \dots, n\}$ , oznaczających numery pól należących do zbioru  $B$ .

W kolejnych  $q$  wierszach znajduje się opis aktualizacji zbiorów;  $i$ -ty z tych wierszy składa się kolejno z dwóch znaków  $z$ ,  $t$  oraz liczby całkowitej  $w$ , rozdzielonych pojedynczymi odstępami ( $z \in \{A, B\}$ ,  $t \in \{+, -\}$ ,  $1 \leq w \leq n$ ). Znak  $z$  oznacza zbiór, na którym operujemy; znak  $t$  oznacza typ wykonywanej operacji (znak  $+$  oznacza dodanie pola do zbioru, a znak  $-$  oznacza usunięcie pola ze zbioru); natomiast liczba  $w$  oznacza numer wierzchołka, który jest dodawany lub usuwany. Możesz założyć, że każda aktualizacja zmienia zbiór (czyli tuż przed wykonaniem operacji  $+$  pola  $w$  nie było w zbiorze, a tuż przed operacją  $-$  pole  $w$  było w zbiorze).

Zarówno na początku, jak i w trakcie procesu aktualizacji zbioru  $A$  i  $B$  nie muszą być rozłączne. Przypomnijmy, że w zliczanych parach pól  $(a, b)$ , takich że  $a \in A$  i  $b \in B$ , musi zachodzić  $a \neq b$ .

## Wyjście

Twój program powinien wypisać na wyjście dokładnie  $q + 1$  wierszy;  $i$ -ty z nich powinien zawierać jedną liczbę całkowitą, oznaczającą liczbę szukanych par  $(a, b)$  dla zbiorów  $A$  i  $B$  po pierwszych  $i - 1$  aktualizacjach. (W szczególności pierwszy wiersz powinien zawierać liczbę par dla początkowych zbiorów  $A$  i  $B$ .)

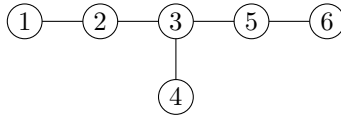
## Przykład

Dla danych wejściowych:

```
6
1 2
2 3
3 4
3 5
5 6
1 2 1
1
5 6
A + 2
```

poprawnym wynikiem jest:

```
1
3
```



**Wyjaśnienie przykładu:** Początkowo  $A = \{1\}$  i  $B = \{5, 6\}$ . Mamy dwie możliwości wyboru początkowych pól  $(a, b)$ : parę  $(1, 5)$  i parę  $(1, 6)$ . Dla pary  $(1, 5)$  gracz pierwszy musi pokolorować pole 2, gracz drugi koloruje pole 3, i gracz pierwszy nie może wykonać ruchu. Dla pary  $(1, 6)$  gracz pierwszy koloruje pole 2, gracz drugi musi pokolorować pole 5, gracz pierwszy koloruje pole 3, i gracz drugi nie może wykonać ruchu. Zatem gracz pierwszy ma strategię wygrywającą jedynie dla pary  $(1, 5)$ ; zatem odpowiedzią jest 1.

Po uaktualnieniu zbiorów mamy  $A = \{1, 2\}$  i  $B = \{5, 6\}$ . Gracz pierwszy ma strategię wygrywającą dla par  $(1, 5)$ ,  $(2, 5)$  i  $(2, 6)$ ; zatem odpowiedzią jest 3.

### Testy „ocen”:

**1ocen:**  $n = 10$ ,  $q = 0$ , pole  $i > 1$  jest połączone z polem 1;  $A = \{1, 2, 3\}$ ,  $B = \{4, 5, 6\}$ ; wynik to 9.

**2ocen:**  $n = 200$ ,  $q = 0$ , pole  $i > 1$  jest połączone z polem  $i - 1$ ;  $A = \{1, 2, 3\}$ ,  $B = \{1, 2, 3\}$ ; wynik to 3.

**3ocen:**  $n = 2000$ ,  $q = 0$ , pole  $i > 1$  jest połączone z polem  $\lfloor \frac{i}{2} \rfloor$ ;  $A = B = \{1, 2, \dots, n\}$ ; wynik to 2411948.

**4ocen:**  $n = 500\,000$ ,  $q = 0$ , pole  $i > 1$  jest połączone z polem  $\lfloor \frac{i}{2} \rfloor$ ;  $A = B = \{1, 2, \dots, n\}$ ; wynik to 150744198828.

**5ocen:**  $n = 500\,000$ ,  $q = 1$ , pole  $i > 1$  jest połączone z polem  $i - 1$ ;  $A = \{1, 2, 3\}$ ,  $B = \{1\}$ ; zapytanie usuwa pole 1 ze zbioru  $B$ .

**6ocen:**  $n = 500\,000$ ,  $q = 1$ , pole  $i > 1$  jest połączone z polem  $i - 1$ ;  $A = \{1, 2, 3\}$ ,  $B = \{1, 2, 3\}$ ; zapytanie usuwa pole 3 ze zbioru  $B$ .

## Ocenianie

Zestaw testów dzieli się na następujące podzadania. Testy do każdego podzadania składają się z jednej lub większej liczby osobnych grup testów.

Ponadto w każdym podzadaniu istnieją grupy testów warte łącznie co najmniej połowę punktów, w których  $n$  jest nieparzyste.

Podzadanie	Dodatkowe ograniczenia	Liczba punktów
1	$q = 0$ , $n \leq 10$	8
2	$q = 0$ , $n \leq 200$	10
3	$q = 0$ , $n \leq 2000$	18
4	$q = 0$	30
5	zawsze $z = B$ (zbiór $A$ się nie zmienia)	16
6	brak dodatkowych ograniczeń	18